

Qualité Banane Cameroun - Etude d'échantillonnage

C. Dubois, 1999

1. Rappel d'éléments du protocole

- ◆ 2 stations d'emballage sont testées : 1= PENJA 2=TIKO
- ◆ Pour chacune des 2 stations, un contrôle de qualité est effectué à l'arrivée des bateaux en prélevant :
 - sur 15 palettes,
 - 3 cartons (colis) en position systématique dans la palette.
- ◆ Pour chaque carton prélevé, toutes les mains sont examinées. Une main est considérée comme défectueuse si un seul des doigts présente un défaut. 12 défauts sont notés, exprimés en % de mains défectueuses pour ce défaut dans le carton.

* p_murt : % de mains avec mûrs et tournants
 * p_pourri : % de mains avec pourritures de coussinets
 * p_chocs : % de " " chocs
 * p_gratta : % de " " grattages
 * p_pliure : % de " " pliures de pédoncules
 * p_dgmut : % de " " doigts mutilés
 * p_mvdec : % de mauvaise découpe
 * p_latex : % de " " latex
 * p_malad : % de " " maladie
 * p_rouill : % de " " rouille
 * p_ma3d : % de mains à 3 doigts
 * p_dgmanq : % de " " doigts manquants

- ◆ Une note globale de qualité synthétique est calculée par carton :

$$NQS = 100 - (\text{somme des \% défauts}) = \% \text{ de mains sans défaut}$$
- ◆ Objectifs :
 - comparer la "qualité" entre les 2 stations.
 - estimer la précision sur les différents critères de notation de la qualité, pour en déduire un plan d'échantillonnage.

2. Les données.

2.1. Les variables étudiées.

- ◆ Deux notes "intermédiaires" de qualité sont calculées en regroupant d'une part les défauts pouvant être attribués à des problèmes de manipulation des fruits, d'autre part ceux semblant plus relever de problèmes sanitaires. La distinction effectuée ici est discutable.

p_manip : % de défauts de type "manipulation"
 = chocs + grattages + pliures péd. + mauv. découpe + latex
 p_sanit : % de défauts de type "sanitaire"
 = pourriture couss. + maladie + rouille

Restent donc non comptabilisées dans ces 2 quantités, les variables : %mûrs, %dgts mutilés, %dgts manquants.

- ◆ Les variables observées sont quantitatives discrètes : un individu (1 carton) ne peut prendre que certaines valeurs particulières (nombre entier de mains défectueuses ou pourcentage correspondant). Hormis les grattages, les défauts observés sont rares et les réponses présentent peu de variabilité : 0 (majoritaires), 1, 2 ou 3 (maximum) mains défectueuses. Les variables NQS et % de grattages peuvent éventuellement être traitées comme des variables quantitatives continues, mais le cas discret est le plus général et permet de traiter tous les défauts.

2.2. Les individus étudiés.

L'étude d'échantillonnage nécessite la définition de :

- * la population (ou lot), dans laquelle on a prélevé un échantillon, et pour laquelle on cherche à estimer des paramètres statistiques (=problème d'extrapolation),
- * l'échantillon, supposé représentatif de cette population, constitué par n unités tirées au hasard et indépendantes.

Certaines hypothèses sont nécessaires :

L'unité d'observation est la main : à la base, la réponse est binaire (main défectueuse ou non) et oriente vers un processus binomial.

Sous cette hypothèse, la probabilité du nombre de défectueux dans un échantillon de taille n_i suit une loi binomiale $B(n_i, p_{\text{théo}})$, où $p_{\text{théo}}$ est la proportion inconnue de défectueux dans la population. L'objet de l'étude est alors d'estimer $p_{\text{théo}}$ (c.a.d. son intervalle de confiance à une certaine probabilité) à partir de la proportion calculée (p_{obs}) sur l'échantillon.

Le calcul des moyennes et variances des réponses binaires (par main) pour chaque type de défaut indique que les données "collent" avec cette hypothèse de binomiale.

L'unité d'échantillonnage est ici le carton, le nombre de mains par carton variant de 16 à 21 (quelle que soit la station). La probabilité du nombre de défectueux dans un carton de n_i mains suit une loi $B(n_i, p)$.

Une propriété de la loi binomiale est que :

$$B(n_1, p) + B(n_2, p) + B(n_3, p) + \dots + B(n_c, p) = B(\sum n_i, p)$$

c'est-à-dire que, pour c cartons, il est équivalent de raisonner au niveau de l'ensemble des mains ou des cartons, si tous les cartons proviennent d'une même population (=c.a.d. de même paramètre p).

La population totale est alors l'ensemble des mains arrivées dans une station pendant la période du prélèvement de l'échantillon ; les résultats que l'on obtient ici ne sont le reflet que des conditions dans lesquelles s'est effectuée la récolte : stations d'emballage, parcelles, personnel récoltant, période de l'année, ; on ne saurait pas dire si le $p_{\text{théo}}$ estimé pour un défaut donné est le même à une autre période, avec d'autres personnes, etc...

Remarque : des discussions ont précisé que le prélèvement des cartons sur 15 palettes a pour but de couvrir plusieurs parcelles récoltées sur la période (1 journée ?) et d'éviter ainsi une notation qui ne traduise que la qualité pour une ou deux parcelles en particulier. On ne s'intéresse donc pas aux différences éventuelles entre palettes, ou entre cartons, mais on considère plutôt que l'on dispose de nombreuses mains "en vrac" qui couvrent la variabilité de la période de prélèvement.

3. Résultats.

3.1. **Les différents défauts notés : paramètres et comparaison des stations.**

Le tableau 1 donne, pour chaque station et chaque défaut (sauf ma3dgt jamais observé) :

- la distribution des fréquences de cartons avec 0, 1, 2, ... mains défectueuses,
- le nombre total de mains présentant le défaut / nombre total de mains observées, et le pourcentage correspondant (p_{obs}),
- la probabilité du test du Chi-2 d'indépendance, effectué sur des tables 2x2 croisant les stations et l'indicatrice de main défectueuse ou non.

---> Pourcentages moyens des différents défauts :
Par ordre croissant, on a :

- des défauts absents à très rares ($\%moy < 1\%$) : mains à 3 doigts, doigts mutilés, manquants, mûrs tournants, pour lesquels 41 à 45 des cartons n'ont pas présenté le défaut.
- des défauts rares (entre 1 et 2%) : pourritures coussinets, pliures de pédoncules, mauvaise découpe, maladie, rouille, puis chocs et latex (entre 2% et 5%).
- Le grattage se distingue des autres défauts (pourcentage moyen autour de 10%).

---> Comparaison des stations :

Pour la majorité des défauts, la proportion du nombre de défectueux est indépendante de la station considérée (test du Chi-2 N.S.). En revanche, les % maladie et rouille apparaissent supérieurs (au seuil de 5%) pour la station Penja, et le % latex supérieur à Tiko (au seuil 1%).

On retrouve logiquement ces résultats sur les notes synthétiques intermédiaires, notamment sur la note sanitaire meilleure à Tiko (3 variables additionnées allant dans le même sens). Il pourrait être intéressant d'étudier un regroupement plus judicieux des défauts.

La note globale de qualité (NQS), étudiée ici en proportion de mains défectueuses, n'est pas significativement différente entre les 2 stations (23% pour Penja et 24% pour Tiko).

Parallèlement, une analyse de variance a été effectuée sur les variables le permettant, avec 2 traitements chacun à 45 cartons-répétitions.

Elle mène aux mêmes conclusions (tableau 2) :

pas de différences entre stations pour la qualité globale NQS (avec un CV résiduel correct à 8%, donc une bonne précision), ni pour les grattages (mais CV très mauvais), mais le même % global serait obtenu avec plus de défauts de type sanitaire sur Penja, et plus de type "manip" (provenant de latex) sur Tiko.

(A noter que ces résultats sont à considérer avec prudence : grattages, et notes intermédiaires constituent des variables mal adaptées à l'analyse de variance).

Bien que l'on ne s'intéresse pas a priori au nombre de mains par carton, on note qu'il est significativement supérieur à Penja (19.2 contre 18.6).

3.2. Intervalles de confiance pour les différents défauts.

L'objet est ici d'estimer le "vrai" pourcentage $p_{\text{théo}}$ d'un défaut donné dans la population totale (de mains, sur la période considérée) avec une certaine confiance.

Les analyses n'ont pas porté sur les valeurs particulières prises par les % de défauts observés dans les 2 stations, mais sur une gamme de % variables (de 0 à 30 %), ce qui permet de généraliser l'étude. Les pourcentages moyens observés, décrits en 3.1, permettent de se situer dans les abaques.

La taille de l'échantillon varie de 20 à 2000, par pas de 20 mains pour une traduction approximative en nombre de cartons.

Les résultats sont donnés en valeurs dans les tableaux 3a et 3b, et représentés sur les figures 1a et 1b (1b=agrandissement de la figure 1a pour les faibles %). Ils sont au seuil de confiance de 95%.

Pour chaque combinaison (taille de l'échantillon n , $p_{\text{observé}}$), on donne les 2 bornes de l'I.C. du $p_{\text{théo}}$. La lecture s'effectue dans les 2 sens : intervalle de confiance pour un % observé ; taille de l'échantillon nécessaire pour un intervalle souhaité.

Remarque : on ne peut pas exprimer la précision en " $\text{moy} \pm \text{quantité}$ " puisque l'intervalle est non symétrique autour de la moyenne ; lorsque le produit $n \cdot p_{\text{obs}}$ augmente, l'intervalle tend à diminuer et à devenir symétrique (convergence de la loi binomiale vers une loi normale).

On constate que les I.C. sont larges (les précisions obtenues sur des contrôles par attributs sont généralement moins bonnes que celles obtenues avec des mesures) ; le gain de précision par unité supplémentaire est surtout sensible dans les petits effectifs ; il devient ensuite très coûteux.

3.3. Définition de valeurs seuils pour le contrôle.

On s'est placés jusqu'ici dans la situation de l'estimation de la qualité de la population (lot) à partir d'observations effectuées sur un échantillon. On peut souhaiter considérer ensuite le problème de comparaison d'un échantillon à une valeur de référence (situation du "contrôle réception" avec valeurs seuils de "rejet/acceptation" des lots).

Il est plus lourd de raisonner dans un cadre général puisque de nombreux critères interviennent en plus du niveau de qualité observé (niveau de qualité que l'on se fixe, risques de se tromper que l'on accepte de prendre, ...) ; ceci pourra faire l'objet d'une étude complémentaire après discussions sur ces premiers résultats.

Tableau 1 : Fréquences observées des différents défauts, par station d'emballage

	S T A T I O N	Nombre de cartons avec k mains présentant le défaut :								total du défaut / total mains	test du Chi-2 : (proba)	% moy. de défauts
Type de défaut :		k=0	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7			
% mûrs, tournants	P	44	1	0	0	0	0	0	0	1 / 866	sans objet	0.12 %
	T	45	0	0	0	0	0	0	0	0 / 838		0.00 %
% pourrit coussinets	P	38	5	2	0	0	0	0	0	9 / 866	(0.093) N.S.	1.04
	T	42	3	0	0	0	0	0	0	3 / 838		0.36
% chocs	P	24	15	4	2	0	0	0	0	29 / 866	(0.303) N.S.	3.35
	T	27	15	3	0	0	0	0	0	21 / 838		2.51
% grattages	P	4	16	12	8	5	0	0	0	84 / 866	(0.102) N.S.	9.70
	T	2	7	20	11	3	2	0	0	102 / 838		12.17
% pliures pcdoncules	P	31	12	2	0	0	0	0	0	16 / 866	(0.636) N.S.	1.85
	T	34	9	2	0	0	0	0	0	13 / 838		1.55
% doigts mutilés	P	44	1	0	0	0	0	0	0	1 / 866	sans objet	0.12
	T	45	0	0	0	0	0	0	0	0 / 838		0.00
%mauvaise découpe	P	33	11	1	0	0	0	0	0	13 / 866	(0.202) N.S.	1.50
	T	39	5	1	0	0	0	0	0	7 / 838		0.84
% latex	P	37	6	2	0	0	0	0	0	10 / 866	(0.001) ***	1.16
	T	10	27	8	0	0	0	0	0	43 / 838		5.13
% maladie	P	36	8	1	0	0	0	0	0	10 / 866	(0.024) *	1.16
	T	44	0	1	0	0	0	0	0	2 / 838		0.24
% rouille	P	31	11	2	1	0	0	0	0	18 / 866	(0.033) *	2.08
	T	40	3	2	0	0	0	0	0	7 / 838		0.84
% doigts manquants	P	41	4	0	0	0	0	0	0	4 / 866	sans objet	0.46
	T	42	3	0	0	0	0	0	0	3 / 838		0.36
TOTAL DEFAUTS	P	0	0	4	9	13	9	7	3	195 / 866	(0.473) N.S.	22.52
	T	0	0	1	7	15	15	6	1	201 / 838		23.99
TOTAL "MANIP"	P	0	3	10	10	12	9	1	0	152 / 866	(0.016) *	17.55
	T	0	1	2	8	18	11	5	0	186 / 838		22.20
TOTAL "SANIT"	P	18	18	8	1	0	0	0	0	37 / 866	(0.001) ***	4.27
	T	37	6	1	0	1	0	0	0	12 / 838		1.43

(Test du Chi-2 : N.S.=Non Significatif ; *, **, *** = significatif respectivement à 5%, 1% et 1 %)

Tableau 2 : Comparaison des 2 stations d’emballage : synthèse des analyses de variance.

	Nb de mains	NQS	% grattages	% défaut “sanit”	% défaut “manip”
Moyenne générale	18.93	76.72	10.97	2.89	19.88
Moyenne PENJA	19.24	77.44	9.81	4.26	17.59
Moyenne TIKO	18.62	76.00	12.12	1.51	22.17
CV résiduel (%)	6.1 %	8.3 %	55 %	144 %	32 %
Test F (proba > F)	6.56 (0.0121 *)	1.13 (0.2905 NS)	3.36 (0.0704 NS)	9.81 (0.0024 **)	11.72 (0.0009 ***)

Tableau 3 : Intervalle de Confiance (à 95 %) du pourcentage de défauts observé (p_{obs}) selon la taille de l'échantillon (en nombre de mains, avec correspondance en nb de cartons de 20 mains).

a) pour p_{obs} de 0.5 % à 6 %

Exemple de lecture : un échantillon de taille $n=200$ mains qui donne un pourcentage observé de 2% ($k=4$ mains défectueuses sur 200) indique qu'il y a 95 % de chance que l'intervalle 0.5% - 5.0% contienne la vraie valeur $p_{théo}$ du pourcentage inconnu de défectueux dans la population totale (lot).

Remarques :

1- un intervalle à cheval sur 2 colonnes correspond à celui du p_{obs} moyen (ex : 2.5% pour $n=40$ et I.C.=0.1% - 13.2 %).

2- les I.C. sont indiqués entre parenthèses lorsque le p_{obs} n'est qu'approché ; ex: pour $n=80$ mains, 1% de défectueux correspondrait à 0.8 main ; l'intervalle (0.0 % - 6.8%) est celui du $p_{obs}=1.25\%$ soit 1/80.

Taille de l'échantillon		Pourcentage de défauts observé dans l'échantillon (p_{obs})						
Nb de cartons	Nb de mains	0.5 %	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %
1	20	-	-	-	-	-	0.1 - 24.9	-
2	40	-	-	0.1 - 13.2		-	0.6 - 16.9	-
3	60	-	(0.0 - 8.9)		(0.4 - 11.5)		1.0 - 13.9	-
4	80	-	(0.0 - 6.8)	0.3 - 8.7		(0.8 - 10.6)	1.4 - 12.3	(2.1 - 14.0)
5	100	-	0.0 - 5.4	0.2 - 7.0	0.6 - 8.5	1.1 - 9.9	1.6 - 11.3	2.2 - 12.6
6	120	-	(0.0 - 4.6)	0.5 - 7.1		(1.4 - 9.5)	1.9 - 10.6	(2.4 - 11.6)
8	160	(0.0 - 3.4)	(0.2 - 4.4)	0.7 - 6.3		-	2.2 - 9.6	(3.0 - 11.2)
10	200	0.0 - 2.8	0.1 - 3.6	0.5 - 5.0	1.1 - 6.4	1.7 - 7.7	2.4 - 9.0	3.1 - 10.2
15	300	(0.1 - 2.4)	0.2 - 2.9	0.7 - 4.3	1.4 - 5.6	2.1 - 6.9	2.8 - 8.1	3.6 - 9.3
20	400	0.1 - 1.8	0.3 - 2.5	0.9 - 3.9	1.6 - 5.2	2.3 - 6.4	3.1 - 7.6	3.9 - 8.8
30	600	0.1 - 1.5	0.4 - 2.2	1.0 - 3.5	1.8 - 4.7	2.6 - 5.9	3.4 - 7.1	4.2 - 8.2
40	800	0.1 - 1.3	0.4 - 2.0	1.1 - 3.2	1.9 - 4.4	2.8 - 5.6	3.6 - 6.7	4.5 - 7.9
45	900	(0.2 - 1.3)	0.5 - 1.9	1.2 - 3.1	2.0 - 4.3	2.8 - 5.5	3.7 - 6.6	4.5 - 7.8
50	1000	0.2 - 1.2	0.5 - 1.8	1.2 - 3.1	2.0 - 4.3	2.9 - 5.4	3.7 - 6.5	4.6 - 7.7
70	1400	0.2 - 1.0	0.5 - 1.7	1.3 - 2.9	2.2 - 4.0	3.0 - 5.2	3.9 - 6.3	4.8 - 7.4
100	2000	0.2 - 0.9	0.6 - 1.5	1.4 - 2.7	2.3 - 3.8	3.2 - 5.0	4.1 - 6.0	5.0 - 7.1

Tableau 3 : Intervalle de Confiance (à 95 %) du pourcentage de défauts observé (p_{obs}) selon la taille de l'échantillon (en nombre de mains, avec correspondance en nb de cartons de 20 mains).

b) pour p_{obs} de 8 % à 30 %

Taille de l'échantillon		Pourcentage de défauts observé dans l'échantillon					
Nb de cartons	Nb de mains	8 %	10 %	15 %	20 %	25 %	30 %
1	20	-	1.2 - 31.7	3.2 - 37.9	5.7 - 43.7	8.7 - 49.1	11.9 - 54.3
2	40	(1.6 - 20.4)	2.8 - 23.7	5.7 - 29.8	9.1 - 35.6	12.7 - 41.2	16.6 - 46.5
3	60	(2.8 - 18.4)	3.8 - 20.5	7.1 - 26.6	10.8 - 32.3	14.7 - 37.9	18.8 - 43.2
4	80	-	4.4 - 18.8	8.0 - 24.7	11.9 - 30.4	16.0 - 35.9	20.3 - 41.3
5	100	3.5 - 15.2	4.9 - 17.6	8.6 - 23.5	12.7 - 29.2	16.9 - 34.7	21.2 - 40.0
6	120	(4.1 - 14.8)	5.3 - 16.8	9.1 - 22.7	13.3 - 28.3	17.5 - 33.7	22.0 - 39.0
8	160	-	5.8 - 15.7	9.9 - 21.5	14.1 - 27.0	18.5 - 32.4	23.0 - 37.7
10	200	4.6 - 12.7	6.2 - 15.0	10.4 - 20.7	14.7 - 26.2	19.2 - 31.6	23.7 - 36.9
15	300	5.2 - 11.7	6.8 - 14.0	11.2 - 19.6	15.6 - 25.0	20.2 - 30.3	24.9 - 35.5
20	400	5.5 - 11.1	7.2 - 13.4	11.6 - 18.9	16.2 - 24.3	20.8 - 29.5	25.5 - 34.8
30	600	6.0 - 10.5	7.7 - 12.7	12.2 - 18.1	16.9 - 23.4	21.6 - 28.7	26.4 - 33.8
40	800	6.2 - 10.1	8.0 - 12.3	12.6 - 17.7	17.3 - 22.9	22.0 - 28.2	26.8 - 33.3
45	900	6.3 - 10.0	8.1 - 12.1	12.7 - 17.5	17.4 - 22.8	22.2 - 28.0	27.0 - 33.1
50	1000	6.4 - 9.9	8.2 - 12.0	12.8 - 17.4	17.6 - 22.6	22.3 - 27.8	27.2 - 32.9
70	1400	6.6 - 9.5	8.5 - 11.7	13.2 - 17.0	17.9 - 22.2	22.8 - 27.4	27.6 - 32.5
100	2000	6.8 - 9.3	8.7 - 11.4	13.5 - 16.6	18.3 - 21.8	23.1 - 27.0	28.0 - 32.1

Fig. 1 : Abaque pour l'intervalle de confiance à 95% d'une proportion.

a) pour une proportion de 0 à 10%.

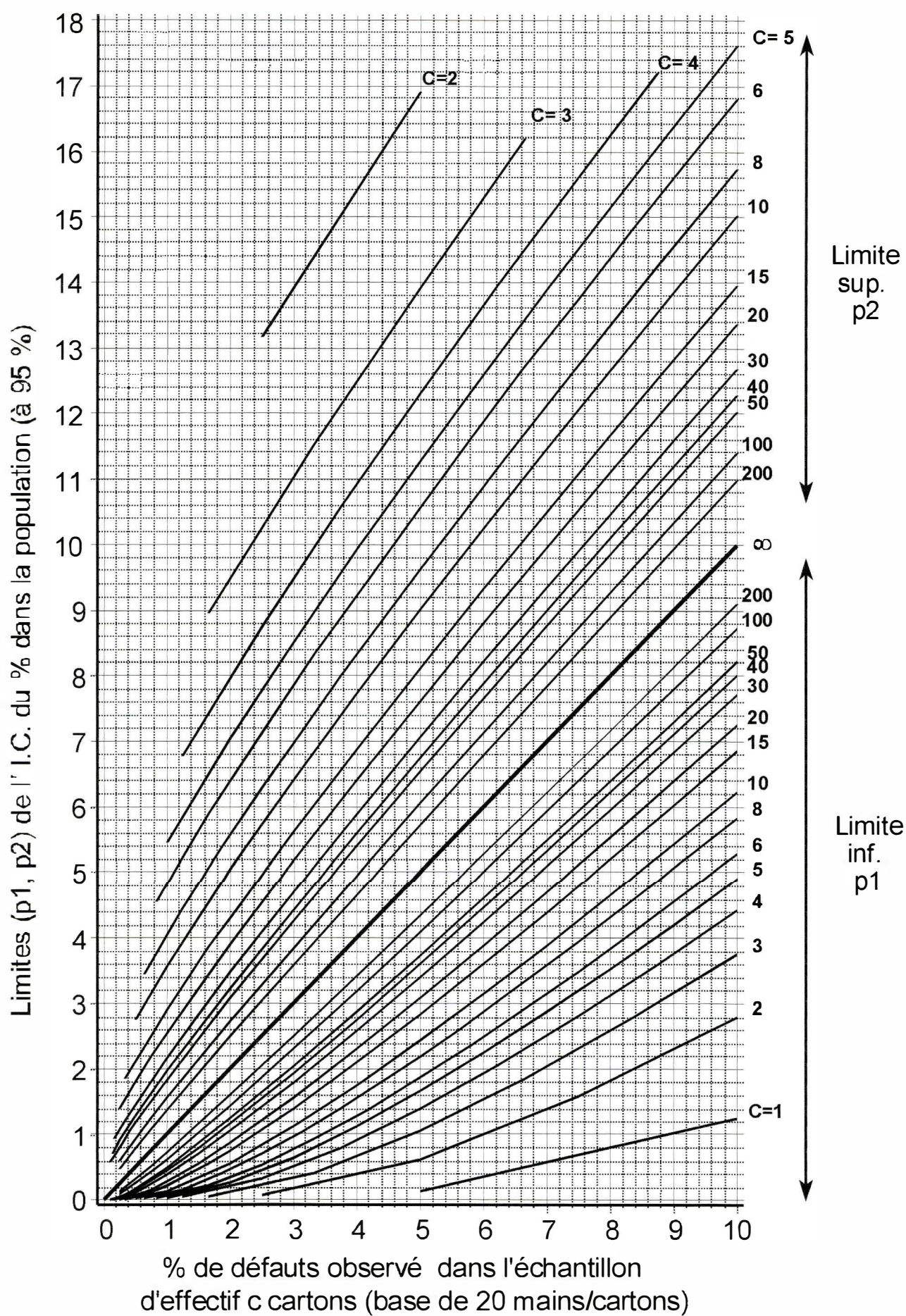


Fig. 1 : Abaque pour l'intervalle de confiance à 95% d'une proportion.
b) pour une proportion de 0 à 30%.

